

PEMODELAN ANTREAN PELAYANAN KTP-EL MENGGUNAKAN SWITCHED MAX-PLUS LINEAR SYSTEM PADA BERBAGAI KONDISI OPERASIONAL DI DISDUKCAPIL BONE BOLANGO

Alya Haja¹, Mohammad Rifai Katili², Djihad Wungguli³

¹Universitas Negeri Gorontalo, Indonesia; alyahja@gmail.com

²Universitas Negeri Gorontalo, Indonesia; mrifaikatili@ung.ac.id

³Universitas Negeri Gorontalo, Indonesia; djihad@ung.ac.id

ARTICLE INFO

Article history:

Received 2026-06-18

Revised 2026-06-29

Accepted 2026-07-15

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan memodelkan sistem antrean pelayanan Kartu Tanda Penduduk elektronik (KTP-el) menggunakan pendekatan Switched Max-Plus Linear System (SMPLS) guna mengevaluasi efisiensi waktu pada variasi kondisi operasional yang fluktuatif. Desain studi kasus observasional kuantitatif dengan pendekatan kejadian diskrit diaplikasikan pada alur layanan single channel-multi phase di Disdukcapil Kabupaten Bone Bolango. Data diperoleh melalui observasi terhadap 30 pemohon selama 3 hari pengamatan, yang diklasifikasikan menjadi mode sepi (4 pemohon akibat gangguan jaringan) dan mode ramai (15 pemohon akibat lonjakan kedatangan), dengan hari normal (11 pemohon) sebagai pembanding. Durasi penyelesaian layanan ditransformasikan ke dalam persamaan matriks transisi linear berbasis aljabar max-plus. Model kemudian diekspansi menjadi SMPLS yang mengintegrasikan fungsi peralihan (*switching*) untuk beradaptasi secara adaptif terhadap perubahan mode operasional tersebut. Validasi model dievaluasi melalui metode simulasi komputasi iteratif. Hasil analisis menunjukkan rata-rata durasi tahap pendaftaran sebesar 2,00 menit, perekaman sebesar 2,63 menit, dan pencetakan sebesar 2,27 menit. Simulasi matriks peralihan menunjukkan bahwa total waktu lintasan pelayanan meningkat dari 6,50 menit pada kondisi sepi menjadi 7,26 menit pada kondisi ramai. Lebih lanjut, kalkulasi nilai dominan (*cycle time*) mengidentifikasi tahap perekaman biometrik sebagai tahapan kritis yang mendominasi laju pertumbuhan waktu antrean secara keseluruhan. Anomali tingginya nilai dominan pada kondisi sepi (3,00 menit) dibandingkan kondisi ramai (2,73 menit) bukan disebabkan oleh performa operasional yang sebenarnya, melainkan akibat adanya gangguan teknis pada jaringan proxy instansi. Melalui pendekatan SMPLS, dinamika fluktuasi sistem antrean dapat direpresentasikan dalam skenario operasional yang diamati. Implikasinya, strategi peningkatan efisiensi layanan publik di instansi tersebut harus difokuskan pada percepatan penyelesaian tahap perekaman biometrik.

Kata Kunci: Aljabar Max-Plus; Antrean Pelayanan Publik; KTP-El; Sistem Kejadian Diskrit; Sistem Max-Plus Beralih

ABSTRACT

This study aims to model the electronic Identity Card (KTP-el) service queueing system using the Switched Max-Plus Linear System (SMPLS) approach to evaluate time efficiency under fluctuating operational conditions. A quantitative observational case study design with a discrete-event system approach was applied to the single channel-multi phase service flow at the Department of Population and Civil Registration (Disdukcapil) of Bone Bolango Regency. Data were obtained through observations of 30 applicants over 3 observation days, classified into a quiet mode (4 applicants due to network disruption) and a crowded mode (15 applicants due to a surge in arrivals), with a normal day (11 applicants) as a baseline. Service completion durations were transformed into linear transition matrix equations based on max-plus algebra. The model was then expanded into SMPLS, integrating a switching function to adapt to these operational mode changes. The model validation was evaluated through an iterative computational simulation method. The analysis shows the average duration for the registration stage is 2.00 minutes, biometric recording is 2.63 minutes, and printing is 2.27 minutes. The switching matrix simulation reveals that the total service trajectory time increases from 6.50 minutes in quiet conditions to 7.26 minutes in crowded conditions. Furthermore, the cycle time calculation identifies the biometric recording stage as the critical stage that dominates the overall queue growth rate. The anomaly of the higher dominant value in quiet conditions (3.00 minutes) compared to crowded conditions (2.73 minutes) was not caused by actual operational performance, but rather by technical disruptions in the institution's proxy network. Through the SMPLS approach, the dynamics of queue fluctuations can be represented within the observed operational scenarios. Consequently, strategies to improve public service efficiency in the institution must focus on accelerating the completion of the biometric recording stage.

Keyword: Max-Plus Algebra; Public Service Queue; KTP-El; Discrete-Event System; Switched Max-Plus System

This is an open access article under the [CC BY](#) license.



Corresponding Author:

Alya Haja
Universitas Negeri Gorontalo; alyahjja@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Pendahuluan Pelayanan publik memegang peran krusial sebagai instrumen tata kelola pemerintahan yang baik, di mana efektivitas pelaksanaannya berdampak langsung pada kepuasan masyarakat. Salah satu sektor layanan administratif yang paling vital adalah penerbitan Kartu Tanda Penduduk elektronik (KTP-el) di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil (Disdukcapil) Kabupaten Bone Bolango. Sistem penerbitan dokumen identitas ini beroperasi melalui tiga tahapan utama yang berjalan secara berurutan, yakni pendaftaran

berkas administrasi, perekaman data biometrik, dan pencetakan kartu fisik. Berdasarkan arsitektur antrean, mekanisme operasional tersebut membentuk struktur *single channel-multi phase*, yang mengharuskan setiap pemohon bergerak secara linear melewati serangkaian titik layanan. Struktur tahapan berurutan ini merepresentasikan sebuah sistem kejadian diskrit (*discrete event system*), di mana pelaksanaan suatu tahapan bergantung mutlak pada penyelesaian tahapan sebelumnya. Keterkaitan struktural ini menciptakan kerentanan sistemik; keterlambatan waktu proses pada meja perekaman otomatis memberikan efek berantai berupa penumpukan beban antrean pada meja pencetakan.

Kendala operasional di Disdukcapil kerap membesar akibat ketidakseimbangan antara ketersediaan fasilitas layanan dan volume kedatangan pemohon yang berfluktuasi. Kondisi ini mendistorsi efisiensi sistem dan memperpanjang waktu tunggu masyarakat secara drastis. Observasi empiris harian membuktikan bahwa sistem antrean tidak berjalan statis, melainkan bergerak sangat dinamis. Fluktuasi ini memicu munculnya berbagai variasi kondisi operasional; misalnya, sistem dapat memasuki kondisi ramai ketika jumlah pemohon melonjak, atau bergeser ke kondisi sepi ketika instansi mengalami kendala teknis seperti pelemahan jaringan *proxy*. Karakteristik sistem yang fluktuatif ini membuat evaluasi efisiensi berbekal agregasi data tunggal menjadi kurang relevan. Institusi memerlukan instrumen matematis presisi yang sanggup membedah anatomi waktu tunggu secara spesifik berdasarkan perubahan mode operasional tersebut.

Literatur terdahulu membedah sistem antrean menggunakan model probabilistik klasik, seperti M/M/1 atau M/M/c, yang bertumpu pada distribusi eksponensial untuk waktu pelayanan serta distribusi Poisson untuk tingkat kedatangan (Ibrahim dkk., 2025; Khasanah dan Astuti, 2022). Walaupun model probabilitas efektif untuk mengevaluasi sistem layanan agregat sederhana, kerangka ini memiliki keterbatasan untuk merangkum hubungan deterministik dan sinkronisasi yang spesifik pada sistem multi-tahapan yang saling mengunci. Mengatasi kelemahan sinkronisasi tersebut, kajian mutakhir mulai mengeksplorasi aljabar max-plus. Penelitian Maure dkk. (2021) dan Sino Par dkk. (2024) mengonfirmasi bahwa pendekatan aljabar max-plus andal mengonversi jadwal kejadian layanan menjadi persamaan matriks linear, sehingga hambatan struktural sistem tergambar matematis. Mayoritas pemodelan max-plus terdahulu masih menganut asumsi sistem berjalan pada parameter waktu konstan dan difokuskan pada pengujian satu skenario operasional tunggal. Literatur yang memformulasikan model aljabar max-plus untuk mengendalikan variasi tipe layanan kependudukan secara dinamis dan multi-mode masih sangat terbatas.

Berbagai metode analitik seperti jaringan antrean (*queueing network*), Petri net, maupun simulasi kejadian diskrit sejatinya dapat digunakan untuk menganalisis kinerja sistem antrean publik. Namun, metode-metode tersebut seringkali kurang sesuai ketika peneliti membutuhkan kerangka matematis yang secara eksplisit menggunakan perhitungan persamaan matriks linear deterministik. Pendekatan Switched Max-Plus Linear System (SMPLS) dipilih karena kemampuannya dalam memodelkan keterkaitan waktu secara linear

aljabar sekaligus mengintegrasikan fungsi peralihan (switching). Hal ini memungkinkan model matematis beradaptasi menggunakan dua matriks sistem berbeda sesuai status kepadatan (kondisi sepi maupun kondisi ramai). Pendekatan SMPLS memberikan resolusi perhitungan waktu siklus (cycle time) dan evaluasi laju pertumbuhan waktu yang representatif dibanding model statis, serta mengidentifikasi tahapan pelayanan mana yang berevolusi menjadi titik kritis saat kepadatan pemohon bergeser.

Mengisi celah penelitian tersebut, studi ini menawarkan kebaruan (*novelty*) melalui pengembangan model *Switched Max-Plus Linear System* (SMPLS) untuk mengevaluasi pelayanan KTP yang memuat rentang variasi kondisi operasional. Sistem SMPLS menyuntikkan kebaruan dengan menggunakan fungsi perpindahan (*switching*) yang memungkinkan model matematis beradaptasi dan bertransformasi menggunakan dua matriks sistem berbeda sesuai status kepadatan kondisi sepi maupun kondisi ramai. Pendekatan SMPLS memberikan resolusi perhitungan waktu siklus (*cycle time*) dan evaluasi laju pertumbuhan waktu secara jauh lebih rasional dibanding model statis, serta mengidentifikasi tahapan pelayanan mana yang berevolusi menjadi titik kritis saat kepadatan pemohon bergeser. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi langsung pada keilmuan matematika terapan dan riset operasi, khususnya dalam aplikasi pemodelan kuantitatif untuk mengevaluasi dan mengoptimalkan sistem antrean pada administrasi public.

2. KAJIAN TEORI

2.1 Dinamika Sistem Antrean dan Pendekatan Kejadian Diskrit

Kajian mengenai antrean berakar pada analisis matematis terhadap fenomena waktu tunggu, yang lazimnya muncul tatkala volume kedatangan pengguna layanan melampaui kapasitas fasilitas yang tersedia. Secara tradisional, para pakar membedah sistem antrean menggunakan kerangka model probabilistik seperti M/M/1 atau M/M/c. Model-model klasik ini beroperasi dengan meletakkan asumsi dasar bahwa arus kedatangan mengikuti distribusi Poisson dan durasi penyelesaian layanan bergerak berdasarkan distribusi eksponensial. Kendati mumpuni untuk mengevaluasi infrastruktur layanan yang sederhana, instrumen probabilistik menunjukkan kelemahan fatal saat berhadapan dengan struktur sistem *single channel-multi phase*. Struktur ini seperti yang diterapkan pada birokrasi pembuatan KTP memaksa setiap pemohon melewati serangkaian tahapan spesifik yang berjalan secara linear dan saling mengunci.

Untuk mengurai kompleksitas tersebut, ilmuwan mengadopsi kerangka kerja Sistem Kejadian Diskrit (*Discrete Event System / DES*). Kerangka DES meredefinisikan operasional layanan sebagai sebuah ekosistem dinamis, di mana transisi atau perubahan keadaan sistem hanya dipicu oleh kejadian-kejadian diskrit yang terisolasi, seperti momen kedatangan pemohon di loket atau detik penyelesaian sebuah tahapan layanan. Pendekatan analitik ini memfasilitasi pemodelan ketergantungan waktu deterministik antar-tahapan secara jauh lebih presisi dibandingkan metode peluang.

2.2 Aljabar Max-Plus dan Pemodelan Sistem Linear

Para peneliti memformulasikan aljabar max-plus sebagai instrumen komputasi utama untuk menerjemahkan karakteristik fisik DES ke dalam bahasa persamaan matematis. Secara arsitektur, aljabar

max-plus berpijak pada himpunan bilangan real yang dilebur dengan elemen negatif tak terhingga ($\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$). Dalam ekosistem aljabar ini, operasi penjumlahan konvensional digantikan oleh operasi penentuan nilai maksimum ($\oplus$), sementara operasi perkalian digantikan oleh kalkulasi penjumlahan standar ($\otimes$).

Kekuatan fundamental aljabar ini terletak pada kemampuannya memodelkan fenomena sinkronisasi proses. Dalam sebuah alur layanan yang berurutan, sebuah pos pelayanan baru bisa mengeksekusi tugasnya apabila dua syarat sinkron terpenuhi: pemohon telah menuntaskan urusan di pos sebelumnya, dan petugas di pos saat ini sudah berstatus siaga. Dinamika antrean yang sinkron ini dapat dirangkum secara elegan melalui arsitektur *Max-Plus Linear System* (MPLS). MPLS memproyeksikan pergerakan sistem melalui persamaan transisi status linear berbunyi $x(k+1) = A \otimes x(k)$, di mana waktu penyelesaian sebuah kejadian dihitung melalui perkalian matriks sistem A yang beroperasi ketat dalam domain max-plus.

2.3 Ekspansi Menuju Switched Max-Plus Linear System (SMPLS)

Realitas operasional di lapangan mengonfirmasi bahwa fasilitas pelayanan publik jarang beroperasi secara stagnan; fluktuasi beban kerja menciptakan kondisi operasional yang sangat dinamis. Model MPLS konvensional seringkali gagal menangkap fluktuasi ini karena arsitekturnya hanya memegang satu matriks parameter tunggal yang bersifat ajek. Merespons kebuntuan tersebut, pakar sistem mengembangkan *Switched Max-Plus Linear System* (SMPLS).

Ekstensi teoretis ini mengintegrasikan fungsi peralihan (*switching function*) yang mengizinkan sistem matematika melompat dari satu mode operasional ke mode lainnya secara lincah seperti perpindahan dari mode "sepi" ke mode "ramai" mengikuti realitas jumlah pemohon. Melalui pendekatan SMPLS, setiap mode operasional akan memegang matriks transisinya sendiri, sehingga model sanggup merekam jejak evolusi waktu tunggu secara komprehensif tanpa kehilangan akurasi deterministiknya.

2.4 Tinjauan Studi Relevan dan Posisi Penelitian

Eksplorasi literatur mendeteksi beberapa riset terdahulu yang menginvestigasi perbaikan layanan publik menggunakan instrumen max-plus. Sakta dkk. (2022) serta Maure dkk. (2021) sukses membuktikan bahwa aljabar max-plus sangat efektif memetakan jadwal kejadian deterministik pada struktur pelayanan multi-tahapan yang berurutan. Memperkuat temuan tersebut, riset dari Sino Par dkk. (2024) memvalidasi bahwa konstruksi matriks max-plus mengungguli probabilitas klasik dalam mendeteksi dan mengidentifikasi simpul-simpul keterlambatan pada sistem pelayanan publik.

Meskipun menyumbang kontribusi keilmuan yang besar, deretan studi tersebut menyisakan celah riset yang menganga. Keseluruhan penelitian terdahulu mengonstruksi model matematis yang terikat pada asumsi operasional statis, sehingga abai terhadap fluktuasi mode pelayanan yang niscaya terjadi di lapangan. Selain itu, riset-riset pendahulu jarang menyentuh kerumitan prosedural yang spesifik pada birokrasi pencetakan identitas kependudukan.

Di titik inilah riset ini mengukuhkan posisinya. Penelitian ini merajut celah tersebut dengan menginjeksikan fungsi perpindahan sistem melalui algoritma SMPLS, memampukan model matematis beradaptasi merekam variasi kondisi sepi dan ramai pada layanan KTP-el secara adaptif dan komprehensif.

2.5 Kerangka Pikir dan Hipotesis Penelitian

Kerangka pikir kajian ini bertolak dari identifikasi anomali penumpukan antrean pada arsitektur *single channel-multi phase* di instansi kependudukan daerah. Peneliti merepresentasikan alur linear pendaftaran, perekaman, dan pencetakan ini sebagai sebuah sistem kejadian diskrit. Data empiris mengenai durasi pelayanan diekstraksi dari lapangan dan diformulasikan ke dalam wujud matriks aljabar max-plus. Guna mengakomodasi fluktuasi beban kedatangan pemohon, peneliti mentransformasikan kerangka dasar tersebut menjadi model adaptif SMPLS yang mewadahi pergantian antara mode operasional sepi dan ramai. Melalui simulasi matriks transisi multi-mode ini, model ditugaskan untuk mengidentifikasi tahapan spesifik yang memicu efek *bottleneck* dalam keseluruhan alur pelayanan.

Mengingat penelitian ini berbasis pemodelan matematis dan analisis sistem murni, hipotesis yang dibangun direpresentasikan dalam bentuk proposisi hasil pemodelan sebagai berikut:

1. Hipotesis 1: Alur pelayanan KTP yang memiliki struktur *single channel-multi phase* dapat direpresentasikan secara presisi dan deterministik ke dalam persamaan matriks linear menggunakan operasi aljabar max-plus.
2. Hipotesis 2: Pendekatan *Switched Max-Plus Linear System* (SMPLS) mampu memodelkan fluktuasi akumulasi waktu pelayanan secara lebih representatif saat sistem mengalami transisi operasional antara kondisi sepi dan ramai, dibandingkan instrumen max-plus konvensional.
3. Hipotesis 3: Terdapat satu tahapan spesifik (perekaman biometrik) dalam sistem pelayanan yang secara komputasional bertindak sebagai titik kritis utama dicirikan oleh nilai *eigenvalue* tertinggi yang mendominasi kalkulasi laju pertumbuhan waktu antrean secara keseluruhan.

3. METODE

Penelitian ini mengaplikasikan desain studi kasus observasional kuantitatif menggunakan pemodelan kejadian diskrit deterministik (*discrete event system*). Unit analisis dalam kajian ini adalah keseluruhan struktur layanan KTP elektronik di instansi kependudukan terkait. Unit observasi difokuskan pada beban harian pemohon KTP-el, dengan unit pemodelan berupa tahapan pelayanan multi phase yang direpresentasikan ke dalam persamaan matriks transisi. Sementara itu, unit simulasi yang diterapkan adalah iterasi pergerakan waktu vektor status per pemohon. Kerangka matematis ini dipilih karena kemampuannya dalam merepresentasikan dinamika waktu antar-kejadian secara deterministik pada sebuah alur pelayanan yang terstruktur dan berurutan. Arsitektur antrean dievaluasi menggunakan instrumen aljabar max-plus, yang kemudian diekspansi menjadi kerangka kerja *Switched Max-Plus Linear System* (SMPLS). Ekspansi ini bertujuan untuk mengakomodasi serta memodelkan variasi dan fluktuasi kondisi operasional pelayanan di lapangan secara dinamis.

Kegiatan operasional pengumpulan data dilaksanakan di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil (Disdukcapil) Kabupaten Bone Bolango. Pengamatan dilakukan secara bertahap selama 3 hari pada tanggal 27, 28, dan 29 April 2026 dengan rentang waktu operasional antara pukul 08.25 hingga 14.55 WITA. Meskipun jumlah sampel yang diekstraksi relatif kecil yakni sejumlah 30 pemohon, himpunan data ini dinilai memadai sebagai dasar simulasi deterministik karena pengamatan telah mencakup representasi variasi kondisi lapangan yang lengkap, meliputi: kondisi normal (11 pemohon), kondisi sepi dengan adanya

disrupsi gangguan jaringan teknis (4 pemohon), serta kondisi ramai (15 pemohon). Sumber data primer dihimpun langsung lewat observasi lapangan, yang merekam secara mendetail waktu kedatangan pemohon, durasi pengerjaan pada setiap stasiun layanan, serta keseluruhan struktur alur yang dilalui. Sementara itu, data sekunder dikonsolidasi dari rekaman dokumen internal instansi, mencakup riwayat akumulasi jumlah pemohon harian serta catatan laporan operasional reguler. Himpunan data lapangan tersebut kemudian disortir dan diklasifikasikan secara ketat ke dalam mode operasional spesifik yakni kondisi sepi dan kondisi ramai berdasarkan tingkat kepadatan kedatangan pemohon dalam selang waktu pengamatan.

Guna menerjemahkan alur pelayanan ke dalam persamaan matematis, penelitian ini mendefinisikan sejumlah variabel dan parameter operasi, yang dirinci pada Tabel 1.

Tabel 1. Definisi Variabel dan Parameter Sistem.

Kategori	Simbol	Definisi
Variabel Antrean	λ	Laju kedatangan pemohon dalam sistem
	μ	Laju kemampuan pelayanan oleh petugas
Variabel Max-Plus	$x_1(k)$	Waktu pencapaian selesai tahap pendaftaran untuk pemohon ke- k
	$x_2(k)$	Waktu pencapaian selesai tahap perekaman untuk pemohon ke- k
	$x_3(k)$	Waktu pencapaian selesai tahap pencetakan untuk pemohon ke- k
Parameter	a_1	Durasi waktu penyelesaian layanan tahap pendaftaran
	a_2	Durasi waktu penyelesaian layanan tahap perekaman
	a_3	Durasi waktu penyelesaian layanan tahap pencetakan

Mekanisme pemodelan sistem dibangun dengan mengonstruksi *Max-Plus Linear System* (MPLS). Dalam arsitektur birokrasi instansi kependudukan, waktu rampungnya sebuah tahapan layanan dipengaruhi secara linear oleh terselesaikannya layanan pada tahapan sebelumnya, serta ritme kedatangan pemohon yang bertindak sebagai input sistem atau $u(k)$. Relasi interdependensi tersebut ditransformasikan ke dalam persamaan dasar aljabar max-plus berikut:

$$x_1(k) = \max\{u(k), x_1(k-1)\} + a_1$$

$$x_2(k) = \max\{x_1(k), x_2(k-1)\} + a_2$$

$$x_3(k) = \max\{x_2(k), x_3(k-1)\} + a_3$$

Menghadapi kompleksitas fluktuasi kepadatan pemohon harian yang merubah beban kerja secara drastis, peneliti mengekskansi persamaan dasar tersebut ke dalam bentuk model SMPLS. Model mutakhir ini menyuntikkan fungsi *switching* yang memungkinkan sistem

matematika melompat beradaptasi di antara dua mode matriks transisi yang berbeda. Formulasi matriks sistem SMPLS dinyatakan sebagai:

$$x(k+1) = A_{\sigma(k)} \otimes x(k)$$

Parameter fungsi $\sigma(k)$ merepresentasikan mode operasional sistem pada urutan pelayanan ke- k . Pada sistem ini, Mode 1 menandakan kondisi sistem sedang sepi, sedangkan Mode 2 menandakan kondisi sistem sedang ramai. Masing-masing kondisi memegang matriks max-plus independen (A_1 untuk mode sepi dan A_2 untuk mode ramai) yang strukturnya dihitung dengan mengintegrasikan nilai parameter durasi waktu agregat spesifik yang muncul pada kondisi bersangkutan.

Tahapan prosedur analisis data bermula dari identifikasi alur layanan, perhitungan durasi riil, ekstraksi parameter waktu, hingga pembentukan matriks transisi statis maupun transisi SMPLS adaptif multi-mode. Evaluasi laju dinamika sistem divalidasi melalui metode simulasi komputasi iteratif, yang pengerjaannya dieksekusi secara silang menggunakan Microsoft Excel dan dukungan *script* perangkat Python atau MATLAB, sebelum akhirnya direpresentasikan secara akademis menggunakan sistem tata letak komputasi LaTeX.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Representasi Sistem Pelayanan KTP-el sebagai Sistem Kejadian Diskrit

Birokrasi penerbitan Kartu Tanda Penduduk elektronik (KTP-el) di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil (Disdukcapil) Kabupaten Bone Bolango beroperasi melalui mekanisme operasional yang saling mengunci. Observasi lapangan mengonfirmasi bahwa alur layanan membentuk struktur single channel-multi phase, di mana setiap warga wajib menyusuri tiga stasiun kerja secara berurutan: pendaftaran berkas, perekaman data biometrik, dan pencetakan fisik kartu. Karena pengerjaan pada satu stasiun hanya dapat dieksekusi apabila stasiun sebelumnya telah merampungkan tugasnya, arsitektur ini merepresentasikan sebuah Sistem Kejadian Diskrit (Discrete Event System). Perubahan keadaan di dalam sistem tidak berjalan mengalir berdasarkan waktu absolut, melainkan melompat secara diskrit setiap kali sebuah kejadian, yakni selesainya pelayanan pada satu tahap, berhasil dituntaskan.

Dinamika lapangan menunjukkan bahwa operasional Disdukcapil bersifat fluktuatif dan sensitif terhadap gangguan eksternal. Rekaman data pengamatan memperlihatkan variasi volume kedatangan yang signifikan: 11 pemohon pada hari pertama (kondisi normal), turun menjadi 4 pemohon pada hari kedua (kondisi sepi akibat gangguan jaringan proxy), dan meningkat hingga 15 pemohon pada hari ketiga (kondisi ramai). Fluktuasi ini menciptakan beban kerja yang tidak simetris pada setiap tahapan, mengonfirmasi bahwa pendekatan evaluasi statis konvensional memiliki batasan untuk membedah kinerja instansi secara komprehensif.

4.2 Pengolahan Data dan Formulasi Model Max-Plus Linear (MPLS)

Langkah komputasi pertama berfokus pada penetapan parameter waktu dasar menggunakan data agregat dari 30 pemohon yang direkam selama periode pengamatan. Perhitungan waktu aktual di lapangan menghasilkan rata-rata durasi pengerjaan untuk masing-masing pos pelayanan. Stasiun pendaftaran mencatat waktu penyelesaian rata-rata tercepat yakni 2,00 menit ($a_1 = 2,00$). Stasiun perekaman biometrik menyita waktu paling panjang dengan rata-rata 2,63 menit ($a_2 = 2,63$), sementara stasiun pencetakan membutuhkan waktu 2,27 menit ($a_3 = 2,27$).

Deretan parameter deterministik tersebut kemudian ditransformasikan ke dalam persamaan matriks transisi menggunakan aljabar max-plus. Matriks sistem A disusun secara akumulatif untuk merangkum pergerakan pemohon menembus ketiga tahapan layanan. Berdasarkan integrasi nilai rata-rata agregat, matriks transisi global pada sistem layanan KTp-el diformulasikan sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2,00 & -\infty & -\infty \\ 4,63 & 2,63 & -\infty \\ 6,90 & 4,90 & 2,27 \end{bmatrix}$$

Konstruksi matriks A ini membedah anatomi waktu tunggu secara sistematis. Elemen pada baris pertama kolom pertama (2,00) merepresentasikan waktu independen pendaftaran. Elemen pada baris kedua kolom pertama (4,63) merupakan hasil operasi penjumlahan di domain aljabar biasa ($2,00+2,63$), yang menandakan total waktu minimum yang harus dihabiskan pemohon sejak mulai mendaftar hingga selesai direkam. Sementara itu, elemen sudut kiri bawah (6,90) merepresentasikan total waktu penyelesaian seluruh rute layanan ($2,00+2,63+2,27$) apabila pemohon masuk ke dalam sistem yang kosong tanpa antrean.

Dalam kerangka teori max-plus, laju pertumbuhan asimtotik atau cycle time sistem ditentukan oleh nilai eigenvalue maksimum dari elemen-elemen diagonal matriks. Kalkulasi matematis menghasilkan nilai $\lambda = \max(2,00; 2,63; 2,27) = 2,63$ menit. Nilai dominan ini secara teoretis mengidentifikasi stasiun perekaman sebagai titik kritis utama dalam operasional Disdukcapil. Setiap penambahan antrean akan memaksa keseluruhan sistem melambat mengikuti ritme 2,63 menit per pemohon, terlepas dari seberapa cepat petugas pendaftaran atau pencetakan bekerja.

4.3 Integrasi Fungsi Peralihan: Model Switched Max-Plus Linear System (SMPLS)

Matriks agregat A memberikan gambaran makro yang solid, namun gagal merespons variasi mode operasional harian yang fluktuatif. Menjawab keterbatasan ini, instrumen *Switched Max-Plus Linear System* (SMPLS) diaktifkan untuk mengakomodasi transisi struktural antara kondisi lengang dan kondisi padat. Sistem matematika kini tidak lagi terbelenggu pada satu set angka konstan, melainkan melompat beradaptasi menggunakan

fungsi peralihan ($\sigma(k)$) yang memanggil matriks A_1 saat mode sepi dan matriks A_2 saat mode ramai.

4.3.1 Matriks Transisi Mode Sepi (Mode 1)

Pemodelan Mode 1 diekstraksi dari data pengamatan saat volume pemohon sangat minim. Pada kondisi sepi ini, kalkulasi parameter menghasilkan durasi pendaftaran $a_1^{(1)} = 1,25$ menit, perekaman $a_2^{(1)} = 3,00$ menit, dan pencetakan $a_3^{(1)} = 2,25$ menit. Memasukkan angka-angka ini ke dalam aljabar max-plus memproduksi matriks operasional sepi:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1,25 & -\infty & -\infty \\ 4,25 & 3,00 & -\infty \\ 6,50 & 5,25 & 2,25 \end{bmatrix}$$

4.3.2 Matriks Transisi Mode Ramai (Mode 2)

Pemodelan Mode 2 dibangun dari data saat terjadi lonjakan kedatangan yang memicu penumpukan antrean. Parameter operasional pada kondisi ramai menunjukkan peningkatan waktu pendaftaran menjadi $a_1^{(2)} = 2,33$ menit, penurunan waktu perekaman menjadi $a_2^{(2)} = 2,73$ menit, dan pencetakan menjadi $a_3^{(2)} = 2,20$ menit. Transformasi parameter ini melahirkan matriks operasional ramai:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2,33 & -\infty & -\infty \\ 5,06 & 2,73 & -\infty \\ 7,26 & 4,93 & 2,20 \end{bmatrix}$$

Sistem SMPLS menyimulasikan transisi ini melalui iterasi matematis yang ketat. Menggunakan asumsi skenario bahwa pemohon pertama hingga keempat ($k = 1 \dots 4$) masuk saat sistem sepi, model mengalikan vektor status dengan matriks A_1 . Ketika pemohon kelima tiba ($k = 5$) dan memicu lonjakan kepadatan, model secara otomatis melakukan *switching* dan mulai menerapkan matriks A_2 untuk seluruh iterasi perkalian selanjutnya. Simulasi komputasi memperlihatkan akselerasi akumulasi waktu penyelesaian secara signifikan pasca-titik peralihan, membuktikan bahwa penumpukan pemohon secara instan mendistorsi efisiensi jadwal penyelesaian di hilir.

4.4 Pembahasan Sistesis dan Diskusi Teoritis

Analisis terhadap nilai total waktu lintasan (T) dan cycle time (λ) dari kedua mode matriks menghasilkan temuan anomali yang penting bagi manajemen operasi layanan publik. Perbandingan parameter sistem SMPLS dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Ringkasan Parameter Komparatif SMPLS

Indikator Sistem	Mode 1 (Kondisi Sepi)	Mode 2 (Kondisi Ramai)
Waktu Pendaftaran (a_1)	1,25 Menit	2,33 Menit
Waktu Perekaman (a_2)	3,00 Menit	2,73 Menit
Waktu Pencetakan (a_3)	2,25 Menit	2,20 Menit

Total Waktu Lintasan Minimal (T)	6,50 Menit	7,26 Menit
Nilai Dominan / Cycle Time (λ)	3,00 Menit	2,73 Menit

Tabel komparatif di atas mengungkap fenomena operasional yang berkebalikan dengan asumsi antrean probabilistik klasik. Pada umumnya, kondisi ramai diprediksi akan memiliki durasi pengerjaan per stasiun yang lebih lama akibat overload sistem. Total waktu lintasan layanan selaras dengan asumsi ini, di mana penyelesaian rute pada kondisi ramai menyita waktu 7,26 menit, lebih lambat dibandingkan 6,50 menit pada kondisi sepi. Peningkatan beban lintasan ini logis mengingat proses pendaftaran pada kondisi ramai melambat dari 1,25 menit menjadi 2,33 menit akibat antrean administratif di lini depan.

Namun, temuan paling esensial justru terletak pada anomali nilai cycle time (λ). Analisis eigenvalue menunjukkan bahwa laju pertumbuhan asimtotik pada kondisi sepi ($\lambda=3,00$ menit) justru lebih tinggi alias lebih membebani sistem dibandingkan saat kondisi ramai ($\lambda=2,73$ menit). Investigasi lapangan menyingkap penyebab anomali matematis ini: kondisi sepi pada hari pengamatan tidak semata-mata diakibatkan oleh minimnya jumlah warga, melainkan dipicu oleh gangguan teknis pada jaringan proxy instansi yang melumpuhkan sebagian kapasitas server. Gangguan jaringan ini berdampak paling besar pada stasiun perekaman biometrik, mendistorsi waktu verifikasi sidik jari dan foto hingga membengkak menjadi 3,00 menit per orang.

Temuan ini memperlihatkan kemampuan instrumen SMPLS yang dengan presisi baik mampu mengidentifikasi hambatan deterministik secara matematis. Matriks A_1 merekam masalah jaringan tersebut sebagai perlambatan laju sistem, mengonfirmasi bahwa stasiun perekaman tetap menjadi titik kritis utama yang membatasi kelancaran layanan, terlepas dari apakah instansi sedang padat pemohon maupun sedang mengalami malfungsi teknis lokal.

Hasil penelitian ini memperkuat sekaligus melampaui postulat dari studi-studi terdahulu. Riset dari Maure dkk. (2021) dan Sakta dkk. (2022) sebelumnya telah membuktikan kemanjuran matriks max-plus dalam menjabarkan sinkronisasi tahapan layanan birokrasi, namun instrumen mereka beroperasi dalam mode statis yang kaku. Kajian Sino Par dkk. (2024) juga sukses mendeteksi keterlambatan tahap antrean publik melalui event counter, namun luput memformulasikan adaptabilitas kondisi lapangan. Penelitian ini menjembatani kelemahan tersebut dengan mengimplementasikan kerangka kerja *Switched Max-Plus Linear System*, sehingga model matematika yang dirancang mampu melakukan lompatan struktural secara responsif mengikuti ritme kepadatan pemohon harian maupun disrupsi teknis jaringan di lapangan.

Penempatan stasiun perekaman biometrik sebagai tahapan paling kritis memberikan panduan strategis bagi Disdukcapil Bone Bolango. Laju pelayanan instansi secara matematis terkunci pada performa tahapan perekaman; karenanya, salah satu solusi teknis yang relevan

adalah investasi pada pembaruan perangkat keras atau optimasi stabilitas jaringan (*bandwidth*), yang berimplikasi langsung pada percepatan penyelesaian layanan.

4.5 Keterbatasan Model

Kendati instrumen SMPLS menawarkan resolusi analitik yang jauh melampaui batas model antrian konvensional, penelitian ini mengidentifikasi serangkaian keterbatasan krusial yang berfungsi sebagai temuan pembatas interpretasi model. Pertama, implementasi mekanisme peralihan (*switching mechanism*) yang diterapkan dalam kajian ini masih beroperasi secara statis. Model melompat dari kondisi sepi ke kondisi ramai murni berdasarkan pengelompokan hari observasi yang sudah ditetapkan sebelumnya (*fixed grouping*). Pada realitas komputasi tingkat lanjut, sebuah sistem pelayanan publik mendesak kehadiran algoritma *switching* yang dinamis, di mana matriks sistem bergeser secara adaptif dan *real-time* merespons fluktuasi riil jumlah antrian atau kepadatan di ruang tunggu pada detik tersebut.

Kedua, formulasi matriks max-plus dalam kajian ini bersandar teguh pada asumsi penyederhanaan bahwa setiap tahapan layanan (pendaftaran, perekaman, pencetakan) hanya dioperasikan oleh satu orang petugas tunggal (*single server*). Asumsi *single server* ini esensial untuk menjaga keselarasan operasi aljabar di dalam matriks transisi linear, namun berpotensi gagal merangkum kompleksitas nyata di balai pelayanan, di mana instansi sangat mungkin menyiagakan petugas ganda atau membuka loket paralel pada jam-jam sibuk untuk mengurai *bottleneck*.

Ketiga, interpretasi terhadap mode sepi memerlukan kehati-hatian ekstra. Seperti yang telah dibuktikan oleh anomali nilai dominan ($\lambda_{sepi} = 3,00 > \lambda_{ramai} = 2,73$), mode sepi dalam perekaman data ini terkontaminasi oleh variabel perancu berupa malfungsi jaringan internet lokal. Akibatnya, matriks A_1 tidak mempresentasikan kondisi sepi alami akibat ketiadaan pemohon, melainkan memotret kondisi sistem yang sedang mengalami kelumpuhan parsial. Pengembang model di masa depan disarankan untuk mengisolasi disrupsi teknis ke dalam mode kesalahan (*failure mode*) yang terpisah sama sekali dari matriks kepadatan operasional harian.

5. KESIMPULAN

Penelitian ini menghasilkan tiga kesimpulan utama terkait evaluasi dinamika waktu pada sistem penerbitan administrasi kependudukan. Pertama, alur operasional pembuatan KTP elektronik di Disdukcapil Kabupaten Bone Bolango secara struktural menunjukkan arsitektur sistem kejadian diskrit. Tahapan pendaftaran, perekaman data biometrik, dan pencetakan fisik kartu beroperasi secara linear, berurutan, dan saling bergantung, sehingga keterlambatan pada satu titik memengaruhi jadwal penyelesaian di titik berikutnya.

Kedua, instrumen aljabar max-plus mampu mengonstruksi matriks yang memetakan sinkronisasi waktu antar-kejadian tersebut secara sistematis dan deterministik. Analisis

matematis menemukan rata-rata waktu pengerjaan untuk tahap pendaftaran mencapai 2,00 menit, perekaman menyita 2,63 menit, dan pencetakan membutuhkan waktu 2,27 menit.

Ketiga, pengintegrasian fungsi peralihan melalui model *Switched Max-Plus Linear System* (SMPLS) memungkinkan sistem matematika beradaptasi untuk merekam variasi kondisi operasional di lapangan. Perubahan dinamika terekam melalui peralihan matriks transisi, yang pada akhirnya mengukuhkan tahap perekaman biometrik sebagai titik kritis utama (*bottleneck*). Tahapan perekaman memberikan pengaruh dominan terhadap laju penumpukan waktu antrean karena senantiasa memakan durasi pelayanan terlama.

Namun demikian, temuan ini dievaluasi pada skenario pengamatan yang terbatas pada sampel 30 pemohon dalam periode observasi spesifik. Selain itu, nilai anomali kelambatan pada mode sepi secara signifikan diakibatkan oleh intervensi gangguan jaringan teknis, sehingga generalisasi temuan untuk memprediksi hari pelayanan normal atau pada instansi yang berbeda harus dilakukan dengan hati-hati. Catatan singkat: Mengganti kata "terbukti", "secara persis", dan "*bottleneck absolut*". Menambahkan paragraf disclaimer operasional di bagian penutup sebagaimana diminta reviewer.

REFERENSI

- Faidah, M. I. dan Zaehol. 2024. Sistem informasi antrian loket pelayanan pt. pos indonesia cabang bondowoso berbasis web. *Jurnal Riset Teknik Komputer*, 1:65–72. doi:10.69714/fvf8ey13.
- Ibrahim, N., Nasib, S. K., Nuha, A. R., Katili, M. R., Nurwan, N., dan Wungguli., D. 2025. Analisis Sistem Antrian dengan Model M/M/C dalam Meningkatkan Efektivitas Kinerja Sistem. *Algoritma : Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, Kebumian dan Angkasa*, 3:20–34. doi:10.62383/algoritma.v3i2.431.
- Kaunang, L. C. B., Rompas, W. Y., dan Palar, N. R. A. 2023. Efektivitas Penerapan Antrian Online dalam Upaya Mewujudkan Program Go Digital di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Manado. *Jurnal Administrasi Publik*, 9:430–442. doi:10.35797/jap.v9i3.48541.
- Khasanah, M. N. dan Astuti, Y. P. 2022. Analisis sistem antrian pada optimalisasi pelayanan pasien di pusat kesehatan masyarakat. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 10:170–179. doi:10.26740/mathunesa.v10n1.p170-179.
- Komenda, J., Lahaye, S., Boimond, J.-L., dan van den Boom, T. J. J. 2017. Max-Plus Algebra and Discrete Event Systems. *IFAC-PapersOnLine*, 50:1784–1790. doi:10.1016/j.ifacol.2017.08.163.
- Maure, O. P., Ningsi, G. P., dan Nay, F. A. 2021. Analisis sistem pelayanan administrasi kependudukan pada dinas kependudukan dan pencatatan sipil. *Remik: Riset dan E-Jurnal Manajemen Informatika Komputer*, 1:1–11. doi:10.59632/leibniz.v1i2.101.
- Mohamadkhani, A., Geilen, M. C. W., Voeten, J. P. M., dan Basten, T. 2023. Modeling and Analysis of Switching Max-Plus Linear Systems with Discrete-Event Feedback. *Discrete*

- Event Dynamic Systems, 33:341–372. doi:10.1007/s10626-023-00382-y.
- Pradnyandari, Wirawan, I. M. A., dan Sari, N. P. 2025. Evaluasi Kualitas Pelayanan Administrasi Kependudukan terhadap Kepuasan Masyarakat. *Governance Journal*, 6:12–25. doi:10.32834/gg.v21i1.887.
- Putra, D. H., Wilonotomo, dan Romdendine, M. F. 2025. SYSTEMATIC LITERATURE REVIEW: Sistem Antrian pada Pelayanan Publik. *Pendas : Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar*, 10:496–507. doi:10.23969/jp.v10i02.23555.
- Sakta, R. R., Yanita, Y., dan Helmi, M. R. 2022. Aljabar max-plus serta aplikasinya pada sistem antrian. *Jurnal Matematika UNAND*, 11:271– 283. doi:10.25077/jmua.11.4.271-283.2022.
- Schutter, B. D., van den Boom, T. J. J., Xu, J., dan Farahani, S. S. 2020. Analysis and Control of Max-Plus Linear Discrete-Event Systems: An Introduction. *Discrete Event Dynamic Systems*, 30:25– 54. doi:10.1007/s10626-019-00294-w.
- Sino Par, Y. B., Manihuruk, S., dan Rudhito, M. A. 2024. Pemodelan dan Analisa Layanan Antrian di SPBU Pertamina Giwangan Yogyakarta dengan Menggunakan Aljabar Max-Plus. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 10:129–144. doi:10.25134/jesmat.v10i2.10259.
- Toding, L., Mahsyar, A., dan Nursalim. 2024. Pengaruh kebijakan administrasi kependudukan terhadap efektivitas pelayanan publik. *PUBLIKAUMA: Jurnal Ilmu Administrasi Publik UMA*, 12:1–10. doi:10.31289/publika.v12i1.10874.
- van den Boom, T. J. J. dan Schutter, B. D. 2012. Model predictive control for perturbed max-plus-linear systems: A stochastic approach. *Discrete Event Dynamic Systems*, 22:293–332. doi:10.1007/s10626-011-0123-x.
- Widi. 2022. Kualitas Pelayanan Publik Pada Pembuatan Kartu Tanda Penduduk (KTP): Studi di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Batu. *Dialektika Publik: Jurnal Administrasi Negara*, 7:1–12. doi:10.33884/dialektikapublik.v6i2.5630